

УДК 631.436

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОЧВЫ ПО ДИНАМИЧЕСКИМ ДАННЫМ О ЕЕ ТЕМПЕРАТУРЕ

© 2024 г. Р. Ф. Микаил^а, Е. А. Хазар^а, Е. В. Шеин^б, Ф. Д. Микаилсой^{с, *}^аКафедра математики, Бгдырский университет, Бгдыр, 76000 Турция^бМГУ им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, 1, Москва, 119991 Россия^сКафедра почвоведения, Бгдырский университет, Бгдыр, 76000 Турция

*e-mail: fariz.mikailsoy@igdir.edu.tr

Поступила в редакцию 17.08.2023 г.

После доработки 21.09.2023 г.

Принята к публикации 21.09.2023 г.

Разработаны методики определения коэффициента температуропроводности по точечному значению температуры почв заданной мощности на основании результатов анализа динамики температуры на одной глубине по восьми суточным наблюдениям с интервалом в 3 ч. Предложенные методы основаны на решении (с двумя гармониками на поверхности почвы) обратных задач уравнения теплопереноса. Экспериментальные исследования температуры слоев 0, 5, 10, 15, 20 и 40 см глеевой пойменной почвы (Clayey Calcic Pantofluvic Fluvisols) района Бгдыр, Восточная Турция, проводили с помощью датчиков Elitech RC-4 в течение летнего сезона. С помощью полученных данных различными методами были рассчитаны теплофизические свойства почвы: теплопроводность, температуропроводность, глубина затухания, теплоотдача, тепловой поток. На основании статистических критериев доказано, что предложенная точечная модель является наилучшей. Установлено, что для исследованной почвы температуропроводность составляет $1.1035 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, теплопроводность $1.7612 \text{ Вт}/(\text{м} \text{ }^\circ\text{C})$, глубина затухания 17.42 см, теплоусвояемость (теплоаккумуляция) $27.9431 \text{ Вт ч}^{0.5}/\text{м}^2 \text{ }^\circ\text{C}$. Установлено, что наибольший тепловой поток на поверхности почвы приходится на 12:00 дня ($106.85 \text{ Вт}/\text{м}^2$), а наименьший – на 03:00 ночи ($-64.62 \text{ Вт}/\text{м}^2$).

Ключевые слова: тяжелосуглинистая глеевая почвы, точечная модель, теплопроводность, глубина затухания, теплоусвояемость, тепловой поток

DOI: 10.31857/S0032180X24020032, EDN: XYPUNR

ВВЕДЕНИЕ

Управление тепловым режимом почв является важнейшим условием интенсивного сельскохозяйственного производства в условиях открытого и закрытого грунта. Оно основано на использовании тепловых свойств почвы, которые в значительной степени зависят от содержания твердой фазы, включая содержание органических веществ, минеральный состав почвы, содержание воды в почве и пористость. Тепловые свойства почвы, такие как теплопроводность, теплоемкость и температуропроводность, в основном контролируют температуру и тепловой поток почвы. Определение этих параметров важно для понимания поведения теплового режима почвы и управления температурой почвы в масштабе поля [1, 7, 10, 23].

Существует несколько методов моделирования тепловых свойств почвы по наблюдаемой температуре почвы [1–4, 7, 9, 18, 20, 21]. Большинство моделей основано на решении одномерного уравнения теплопроводности с постоянной диффузией.

Цель работы – определение тепловых свойств почв на основании экспериментальных послонных данных о температуре почвы в летний период и выбор расчетных зависимостей для вычисления коэффициента температуропроводности и потока тепла в почву.

Постановка задачи. Основными тепловыми свойствами почвы являются коэффициенты теплопроводности, температуропроводности, теплоемкости, теплоусвояемости и тепловой поток в почве. Знание этих характеристик может помочь в прогнозе теплового режимов почв.

Известно, что одномерное распространение тепла в почве описывается классическим уравнением теплопроводности, которое имеет вид [3, 6, 7, 20, 23]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \left(\kappa = \frac{\lambda}{C_v} \right), \{0 < z < L \text{ \& } \infty; t > 0\}, \quad (1)$$

где $T(z, t)$ – температура почвы в точке z в момент времени t ; κ и λ – соответственно коэффициенты температуропроводности ($\text{м}^2/\text{с}$) и теплопроводности почвы, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{°C})$; C_v – объемная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{°C})$. L – глубина почвы (м) начиная с которой $T(z, t) = \text{const}$ или $\partial T(L, t)/\partial z = 0$.

Имеется ряд работ [3, 7, 21, 23], в которых рассматриваются решения уравнения теплопроводности при различных краевых условиях.

Для исследования переноса тепла в почве необходимо поставить начальные и граничные условия для уравнение (1). Известно, что влияние начального условия не сказывается на распределения температуры почвы в момент наблюдения. Особенно если при периодической постановке задачи начальное условие отсутствует (так называемые “задачи без начального условия”) [8, 23].

Наиболее удобной характеристикой, которая может фигурировать в качестве граничного условия 1-го рода, является динамика температуры деятельной поверхности почвы в виде известного тригонометрического полинома:

$$T(0, t) = T_0 + \sum_{j=1}^m T_j \cdot \cos(j\omega t + \varepsilon_j), \quad (2)$$

где T_0 – среднесуточная (или годовая) температура деятельной поверхности почвы; m – число гармоники; T_j – амплитуды колебаний температуры поверхности почвы; $\omega = 2\pi/\tau_0$ – круговая суточная частота; τ_0 – период (длина) волны, выраженный в сутках или годах; ε_j – сдвиги фаз, зависящие от начала отсчета времени; j – номер гармоники.

Обычно почва рассматриваются как полуограниченный массив. Тогда, с учетом того, что температура почвы на бесконечности постоянно, нижнее граничное условие 1-го рода имеет вид:

$$\text{при } z \rightarrow \infty : T(\infty, t) = T_0. \quad (3)$$

Если температурные колебания быстро затухают с глубиной, и, начиная с некоторой глубины $z \geq L$, температура почвы на расчетном интервале времени практически не меняется, то вместо уравнения (3) на нижней границе следует использовать условия [5, 6, 21, 23]:

$$\text{при } z \rightarrow L : \partial T(L, t) / \partial z = 0. \quad (4)$$

Решение уравнения (1) при краевых условиях (2) и (3) в безразмерных переменных имеет вид [3, 6]:

$$T(y, \tau) = T_0 + \sum_{j=1}^m \Phi_j(y, b_j) \times \cos[j\bar{\omega}\tau + \alpha_j(y, b_j)], \quad (5)$$

где

$$y = z/L, \tau = \kappa t/L^2, b_j = \sqrt{j\bar{\omega}/2}, \bar{\omega} = \omega L^2/\kappa \text{ и}$$

$$\Phi_j(y, b_j) = T_j \cdot e^{-b_j y}, \alpha_j(y, b_j) = \varepsilon_j - \Psi_j(y, b_j), \quad (6)$$

$$\Psi_j(y, b_j) = b_j y.$$

Эта задача изучалась Фурье; впервые она была применена Кельвином для определения хода температуры в почве Эдинбурга [3, с. 86].

Как отмечено в работах [5, 23] при выполнении практических расчетов нельзя задавать в качестве исходных данных значения температуры почвы на бесконечности, так как они неизвестны. Измерить его невозможно, поэтому вместо $T(\infty, t)$ следует задать температуру на некоторой глубине L , начиная с которой при $z \geq L$ величина $T(z, t) = \text{const}$ или $\partial T(L, t)/\partial z = 0$.

Таким образом, условие (4) более соответствует реальным условиям, чем условие (3). Поэтому следует также рассмотреть краевую задачу (1), (2) и (4).

Решение прямой задачи теплопроводности в почве. Рассмотрим общую задачу без начальных условий для ограниченного толщии почвы с условием на нижней границе (4). Сделаем замену

$$y = \frac{z}{L}, \tau = \frac{\kappa}{L^2} t, \bar{\omega} = \omega \frac{L^2}{\kappa}, u(y, \tau) = T(y, \tau) - T_0, \quad (7)$$

из уравнений (1), (2) и (4) получим следующую краевую задачу с безразмерными параметрам, новыми переменными и функцией:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \{0 < y < 1; \tau > 0\}, \quad (8)$$

$$u(0, \tau) = \sum_{j=1}^m T_j \cdot \cos(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j), \quad (9)$$

$$u'(1, \tau) = 0, \quad (10)$$

Решение задачи (8)–(10) может быть представлено в виде суммы

$$u(y, \tau) = u_1(y, \tau) + u_2(y, \tau) + \dots + u_m(y, \tau) = \sum_{j=1}^m u_j(y, \tau), \quad (11)$$

где $u_j(y, \tau)$ решение следующих частных краевых задач:

$$\frac{\partial u_j}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u_j}{\partial y^2}, \{0 < y < 1; \tau > 0\}, j = 1, 2, \dots, m, \quad (12)$$

$$\begin{cases} u_j(0, \tau) = T_j \cdot \cos(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j) \\ u'_j(1, \tau) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Из линейности уравнение теплопроводности следует, что действительная и мнимая части некоторого комплексного решения уравнения теплопроводности каждая в отдельности удовлетворяют уравнению (12) [8, с. 239].

Если комплексное решение уравнения теплопроводности, т.е.

$$\begin{aligned} \hat{u}_j(y, \tau) &= \text{Re}[\hat{u}_j(y, \tau)] + i \cdot \text{Im}[\hat{u}_j(y, \tau)] = \\ &= u_{1j}(y, \tau) + i \cdot u_{2j}(y, \tau), \end{aligned} \quad (14)$$

удовлетворяет уравнению (12) с граничными условиями (13), то его действительная $\text{Re}[\hat{u}_j(y, \tau)] = u_{1j}(y, \tau)$ и мнимая $\text{Im}[\hat{u}_j(y, \tau)] = u_{2j}(y, \tau)$ части удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{cases} u_{1j}(0, \tau) = T_j \cdot \cos(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j) \\ u'_{1j}(1, \tau) = 0 \end{cases} \text{ и} \\ \begin{cases} u_{2j}(0, \tau) = T_j \cdot \sin(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j) \\ u'_{2j}(1, \tau) = 0 \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, m). \quad (15)$$

Рассмотрим задачу:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \hat{u}_j}{\partial y^2}, \{0 < y < 1; \tau > 0\} \\ \begin{cases} \hat{u}_j(0, \tau) = T_j \cdot \exp[-i(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j)] \\ \hat{u}'_j(1, \tau) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

Будем искать ее решение в форме

$$\hat{u}_j(y, \tau) = Y_j(y) \cdot \exp[-i(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j)], \quad (17)$$

$$\{0 < y < 1; \tau > 0\}.$$

где $Y_j(y)$ – новые функции относительно переменной y , которых следует определить ($j = 1, 2, \dots, m$).

Можно показать, что это решение имеет вид:

$$\begin{aligned} \hat{u}_j(y, \tau) &= T_j \cdot \frac{\text{ch}[(1-i) \cdot b_j(1-y)]}{\text{ch}[(1-i) \cdot b_j]} \cdot e^{-i(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j)} = \\ &= T_j \cdot [Y_{1j}(b_j, y) + iY_{2j}(b_j, y)] \cdot e^{-i(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j)}. \end{aligned} \quad (18)$$

Выделяя вещественную часть функции $\hat{u}_j(y, \tau)$, т.е. $\text{Re}[\hat{u}_j(y, \tau)] = u_j(y, \tau)$, находим решение исходной задачи (16) без начальных условий в виде:

$$u_j(y, \tau) = T_j \cdot \left[Y_{1j}(b_j, y) \cos(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j) + Y_{2j}(b_j, y) \sin(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j) \right]. \quad (19)$$

Учитывая решение (11) и подстановку $u(y, \tau) = T(y, \tau) - T_0$ в выражение (19), окончательно имеем решение исходной задачи (1), (2) и (4) с безразмерными параметрами и переменными в следующем виде:

$$T(y, \tau) = T_0 + \sum_{j=1}^m T_j \cdot \left[Y_{1j}(b_j, y) \cos(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j) + Y_{2j}(b_j, y) \sin(j\bar{\omega}\tau + \varepsilon_j) \right]. \quad (20)$$

После несложных преобразований в решении (18) можно найти явные выражения функции $Y_{1j}(b_j, y)$ и $Y_{2j}(b_j, y)$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} Y_{1j}(b_j, y) &= \frac{\text{ch}[b_j(2-y)] \cos(b_j y) + \text{ch}(b_j y) \cos[b_j(2-y)]}{\text{ch}(2b_j) + \cos(2b_j)} \\ Y_{2j}(b_j, y) &= \frac{\text{sh}[b_j(2-y)] \sin(b_j y) + \text{sh}(b_j y) \sin[b_j(2-y)]}{\text{ch}(2b_j) + \cos(2b_j)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Решение (20) запишем в более компактном виде

$$\begin{aligned} T(y, \tau) &= T_0 + \sum_{j=1}^m \Phi_{aj}(b_j, y) \times \\ &\times \cos[j\bar{\omega}\tau + \alpha_j(b_j, y)], \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{aj}(b_j, y) &= T_j \cdot \sqrt{\frac{\text{ch}(d_j) + \cos(d_j)}{\text{ch}(2b_j) + \cos(2b_j)}}, \\ b_j &= L \sqrt{j \frac{\bar{\omega}}{2\kappa}}, \quad d_j = 2b_j(1-y), \\ \alpha_j(b_j, y) &= \\ &= \varepsilon_j - \arctan \left[\frac{\text{sh}(q_j) \sin(b_j y) + \text{sh}(b_j y) \sin(q_j)}{\text{ch}(q_j) \cos(b_j y) + \text{ch}(b_j y) \cos(q_j)} \right], \quad (23) \\ q_j &= b_j(2-y), \end{aligned}$$

и $\text{ch}(z) = [\exp(z) + \exp(-z)]/2$, $\text{sh}(z) = [\exp(z) - \exp(-z)]/2$ – гиперболический косинус и синус соответственно.

Решение обратной задачи теплопереноса в почве.

На основе аналитических решений одномерного уравнения теплообмена в почве разными авторами выведены формулы для определения коэффициента теплопроводности [1–4, 6–9, 19, 21, 22]. Эти методы основаны на измерении температуры дневной поверхности и с глубиной.

Классические методы. Ниже приведены классические алгоритмы, основанные на решении обратных задач уравнения теплопереноса, полученного для полуограниченной мощности почвы, когда суточный ход температуры на поверхности почвы представлен одной (M1, M4) и двумя (M2, M3) гармониками.

$$\kappa_i = \frac{\pi}{\tau_0} \frac{(z_{i+1} - z_i)^2}{\arctan^2 \frac{[T_1(z_i) - T_3(z_i)][T_2(z_{i+1}) - T_4(z_{i+1})] - [T_2(z_i) - T_4(z_i)][T_1(z_{i+1}) - T_3(z_{i+1})]}{[T_1(z_i) - T_3(z_i)][T_1(z_{i+1}) - T_3(z_{i+1})] + [T_2(z_i) - T_4(z_i)][T_2(z_{i+1}) - T_4(z_{i+1})]}}. \quad (25)$$

M3 – логарифмический метод [4]:

$$\kappa_i = \frac{4\pi(z_{i+1} - z_i)^2}{\tau_0} \ln^{-2} \times \left\{ \frac{[T_1(z_i) - T_3(z_i)]^2 + [T_2(z_i) - T_4(z_i)]^2}{[T_1(z_{i+1}) - T_3(z_{i+1})]^2 + [T_2(z_{i+1}) - T_4(z_{i+1})]^2} \right\}. \quad (26)$$

M4 – метод фазового сдвига [8]:

$$\kappa_i = \frac{\pi}{\tau_0} \left(\frac{z_{i+1} - z_i}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}} \right)^2, \quad (27)$$

где τ_0 в алгоритмах (24)–(27) период тепловой волны (например, 24 ч для ежедневных наблюдений); $T_{\min}(z)$ и $T_{\max}(z)$ – минимальное и максимальное значения температуры во время измерения на глубинах $z = z_i$ и $z = z_{i+1}$ соответственно; $T_i(z)$ и $T_{i+1}(z)$ в алгоритмах (25) и (26) являются значениями температуры почвы на глубинах $z = z_i$ и $z = z_{i+1}$ соответственно в момент времени $t_i = i\tau_0/4$ ($i = 1, 2, 3, 4$) (для настоящего примера $\tau_0 = 24$ ч и $t_1 = 6, t_2 = 12, t_3 = 18$ и $t_4 = 24$ ч); ε_i – в алгоритме (27) – начальная фаза на глубине z_i .

Усовершенствованные методы. В отличие от вышперечисленных алгоритмов продолжили разработку новых методов, учитывающих реальный процесс теплообмена в почве. Для этого использовали решение уравнения теплопереноса, полученное для *ограниченной* и *полуограниченной* мощности почвы [6, 18, 21, 23]. Предлагаемые методы расчета теплопроводности почвы представлены ниже.

M5 – предлагаемый метод 1 [23]:

$$\kappa_i = \frac{\pi}{\tau_0} \frac{(2z_i)^2}{\ln^2 \left\{ \sum_{j=1}^4 [T(z_i, t_j) - T(z_i, t_{j+2})]^2 / 4T_1^2 \right\}}. \quad (28)$$

M6 – предлагаемый метод 2 [23]:

$$M_{\text{exp}}^{m=1}(b; y) = \frac{\sum_{j=1}^2 [T(y_i, t_j) - T(y_i, t_{j+2})]^2}{4T_1^2} = \frac{\text{ch}[2b(1-y)] + \cos[2b(1-y)]}{\text{ch}(2b) + \cos(2b)} = M_{\text{cal}}^{m=1}(b; y), \quad (29)$$

M1 – амплитудный метод [3]:

$$\kappa_i = \frac{\pi}{\tau_0} \frac{(z_{i+1} - z_i)^2}{\ln^2 \left[\frac{T_{\max}(z_i) - T_{\min}(z_i)}{T_{\max}(z_{i+1}) - T_{\min}(z_{i+1})} \right]}. \quad (24)$$

M2 – арктангенсный метод [2]:

где $T(y_i, t_j)$ в алгоритме (29) – значения температуры почвы на глубине $z = z_i$, в момент времени $t_j = j\tau_0/4$ ($j = 1, 2, 3, 4$) (для настоящего примера $\tau_0 = 24$ ч и $t_1 = 6, t_2 = 12, t_3 = 18$ и $t_4 = 24$ ч).

Определение κ по формуле (29) осуществляется методом подбора на ЭВМ значения параметра b^* из условия совпадения значения левой части $M_{\text{cal}}^{m=1}(b; y)$ и правой части $M_{\text{exp}}^{m=1}(b; y)$, рассчитанных по исходным данным.

Из следующего равенства:

$$\kappa_i = \frac{\pi}{\tau_0} \cdot \left(\frac{L}{b_i^*} \right)^2, \quad (30)$$

находим значение коэффициента теплопроводности κ_i на глубине $z = z_i$, где b^* – значения параметра b , при которых

$$\left| M_{\text{exp}}^{m=1}(b^*; y_i) - M_{\text{cal}}^{m=1}(b^*; y_i) \right| \leq 10^{-4}.$$

Вышеприведенные методы (формулы (28) и (29)) получены в основном для случая, когда температура поверхности почвы в течение суток (года) может выражаться одной гармоникой. Такое предположение допускает ощутимые погрешности из-за того, что температура почвы не всегда изменяется строго по синусоидальному закону. Введение второй гармоники в условие (2) приближает ход температуры деятельной поверхности почвы к реальной картине.

Используя решения (5) с (6) и (22) с (23) при $m = 2$ можно вывести формулу для определения коэффициента теплопроводности κ для произвольного периода τ_0 и безразмерной глубины y .

Для этого необходимо знать распределение температуры в почвенном слое $[0, L]$ для *восьми моментов времени* на расчетном интервале времени τ_0 . Предлагаемые методы расчета теплопроводности почвы представлены ниже.

Используя решение (22) для двух гармоник, т.е. $m = 2$, сначала для произвольной безразмерной глубины y и времени $t_j = j\tau_0/8$ ($j = 1, 2, 3, \dots, 8$), записываются следующие восемь уравнений:

$$T(y, t_i) = T_0 + \Phi_1(y, b) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}i + \alpha_1\right) + \Phi_2(y, b_2) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}i + \alpha_2\right), \quad (i = \overline{1, 8}), \quad (31)$$

На самом деле:

для $j = 1$ имеем:

$$T(y, t_1) = T_0 + \Phi_1(y, b_1) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot 1 + \alpha_1\right) + \Phi_2(y, b_2) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1 + \alpha_2\right)$$

для $j = 2$ имеем:

$$T(y, t_2) = T_0 + \Phi_1(y, b_1) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot 2 + \alpha_1\right) + \Phi_2(y, b_2) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2 + \alpha_2\right)$$

для $j = 8$ имеем:

$$T(y, t_8) = T_0 + \Phi_1(y, b_1) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot 8 + \alpha_1\right) + \Phi_2(y, b_2) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 8 + \alpha_2\right),$$

так как имеет место

$$\begin{aligned} j\bar{\omega}\tau_i &= j \cdot \frac{\omega L^2}{\kappa} \cdot \frac{\kappa}{L^2} t_i = j \cdot \omega t_i = \\ &= j \cdot \frac{2\pi}{\tau_0} \cdot i \cdot \frac{\tau_0}{8} = j \cdot \frac{2\pi}{8} \cdot i \quad \text{и} \\ \bar{\omega}\tau_i &= \frac{2\pi}{8} \cdot i = \frac{\pi}{4} \cdot i, \quad 2\bar{\omega}\tau_i = \frac{\pi}{2} \cdot i. \end{aligned}$$

После некоторых преобразований с решениями (31) имеем [7]:

$$\sum_{i=1}^4 [T(y, t_i) - T(y, t_{i+4})]^2 = 8\Phi_1^2(b_1, y). \quad (32)$$

С учетом обозначений (6) и (23) для функции $\Phi_1(b_1, y)$ в равенстве (32) имеем следующие выражения, которые соответствуют граничным условиям (3) и (4):

$$\frac{\sum_{j=1}^4 [T(y, t_j) - T(y, t_{j+4})]^2}{8T_1^2} = e^{-2by}. \quad (33)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\sum_{j=1}^4 [T(y, t_j) - T(y, t_{j+4})]^2}{8T_1^2} = \\ &= \frac{\text{ch}[2b(1-y)] + \cos[2b(1-y)]}{\text{ch}(2b) + \cos(2b)}. \end{aligned} \quad (34)$$

Так как $b = L\sqrt{\pi/\kappa\tau_0}$, из выражений (33) и (34) получим более улучшенные методы для вычисления параметра κ :

M7 – предлагаемый алгоритм 3 [6, 21, 22, 23]:

$$\kappa_i = \frac{\pi}{\tau_0} \cdot \frac{(2z_i)^2}{\ln^2 \left\{ \sum_{j=1}^4 [T(z_i, t_j) - T(z_i, t_{j+4})]^2 / 8T_1^2 \right\}}. \quad (35)$$

M8 – предлагаемый алгоритм 4:

$$\begin{aligned} M_{\text{exp}}^{m=2}(b; y) &= \frac{\sum_{j=1}^4 [T(y, t_j) - T(y, t_{j+4})]^2}{8T_a^2} = \\ &= \frac{\text{ch}[2b(1-y)] + \cos[2b(1-y)]}{\text{ch}(2b) + \cos(2b)} = M_{\text{cal}}^{m=2}(b; y). \end{aligned} \quad (36)$$

где $T(y, t_j)$ – значения температуры при измерении на глубине z_i почвы и в моменты времени t_j и t_{j+4} , τ_0 – период (длина) температурной волны выраженный в сутках или в годах (например, $\tau_0 = 24$ ч и $t_1 = 3, t_2 = 6, \dots, t_7 = 21$, и $t_8 = 24$ ч).

Определение κ по формуле (36) осуществляется также методом подбора на ЭВМ, как это было описано выше для формулы (29). Сначала находят значения параметра b^* из условия совпадения значения левой $M_{\text{cal}}^{m=2}(b; y)$ и правой частей, рассчитанных по исходным данным, т.е. $M_{\text{exp}}^{m=2}(b; y)$.

Далее из формулы (30) находим значение коэффициента температуропроводности κ_i на глубине $z = z_i$, где b^* – значения параметра b , при которых

$$\left| M_{\text{exp}}^{m=2}(b^*; y_i) - M_{\text{cal}}^{m=2}(b^*; y_i) \right| \leq 10^{-4}.$$

В отличие от ранее разработанных методов для определения κ требуется знать заранее распределение температуры по времени в почвенном слое $[0, L]$ на произвольной безразмерной глубине $y^* = z/L$ и $T(y^*, t)$ для *восьми моментов времени*, которое позволяет определить параметр κ с большей точностью по формулам (35) и (36).

Для определения коэффициента температуропроводности κ (с использованием формул (30) и (36)) необходимо знать: T_1 – амплитуду колебаний температуры деятельной поверхности почвы; τ_0 – период (длину) суточной (годовой) волны, выраженный в сутках или в годах; $T(y^*, t_j^*)$ – значения температуры почвенного слоя $[0, L]$ на произвольной глубине $y_i = z_i/L$ для t_j^* .

Например, если $\tau_0^* = 24$ ч, то $t^* = 3, 6, 9, \dots, 24$ ч. Имея эти данные, сначала подсчитываем разницу $[T(y_i, t_j) - T(y_i, t_{j+4})]$ для всех $i = \overline{1, 8}$. Далее

из формулы (36) находим значение коэффициента температуропроводности на глубине $y_i^* = z_i^*/L$ соответственно по формуле:

$$\kappa_i^* = \frac{\pi}{\tau_0} \cdot \frac{(2z_i^*)^2}{\ln^2 \left\{ \sum_{j=1}^4 \left[T(z_i^*, t_j^*) - T(z_i^*, t_{j+4}^*) \right]^2 / 8T_1^2 \right\}}.$$

Расчет потока тепла в почве. Расчет потока тепла в почве основан на использовании данных об изменении температуры почвы с глубиной и во времени при известных теплофизических характеристиках. Если известно, как изменилась температура почвы за некоторый период времени и определены основные ТФС-теплофизические свойства (объемная теплоемкость $-C_v$, температуропроводность $-k$ и параметры дневной деятельности поверхности почв такие, как среднесуточная температура поверхности почвы (T_0), амплитуды (T_i) и фаза (ε_i), то можно рассчитать количество тепла, которое прошло через поверхность почвы и вызвало данное изменение температуры. Важность теплового потока почвы (q) для поверхностного энергетического баланса и исследований испарения способствовала разработке методов оценки и прогнозирования, когда измеренные значения q недоступны. Другой подход для расчета k и прогнозирования q использует измерения температуры почвы в сочетании с различными решениями уравнений теплового потока почвы. Поскольку температуру почвы легко измерить и часто доступны непрерывные записи данных для нескольких глубин, эти методы дают возможность оценить q , когда прямые измерения отсутствуют [25].

Прямых методов оценки расчетного теплового потока почвы на поверхности почвы (q) не существует. Для расчета q обычно пользуются традиционным калориметрическим методом. Однако в самом калориметрическом методе есть неопределенность [16].

Поток тепла в почву $q(z, t)$, рассчитывается путем подстановки решения уравнения (1) в закон теплопроводности Фурье [3, 7, 10, 15, 16, 19, 25]:

$$q(z, t) = -\lambda \frac{\partial T(z, t)}{\partial z}, \quad (37)$$

а суммарный поток за время от первого наблюдения до данного момента t есть

$$Q(t) = \int_0^t q(t) dt. \quad (38)$$

Используя (5) для $m = 1$, в $z = 0$ имеем

$$\begin{aligned} q(z = 0, t, m = 1) &= q_{z=0}^{m=1}(t) = (-\lambda) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \\ &= B_1 \cdot \cos \left[\frac{\pi}{4} + (\omega t + \varepsilon_1) \right], \end{aligned} \quad (39)$$

а для $m = 2$, можно легко показать, что выражение для теплового потока на поверхности почвы $z = 0$ в момент времени t получим следующее:

$$\begin{aligned} q(z = 0, t, m = 2) &= q_{z=0}^{m=1}(t) = \\ &= B_1 \cos \left[\frac{\pi}{4} + (\omega t + \varepsilon_1) \right] + B_2 \cos \left[\frac{\pi}{4} + (2\omega t + \varepsilon_2) \right], \end{aligned} \quad (40)$$

где $B_1 = T_{a1} C_v \sqrt{\omega \kappa}$, $B_2 = T_{a2} C_v \sqrt{2\omega \kappa}$.

Необходимо отметить, что при вычислении теплового потока по формулам (39) и (40) следует использовать значения коэффициентов температуропроводности, которые определены соответственно для $m = 1$ и 2.

Как было отмечено выше, наиболее реальным условием на нижней границе почвы является условия (4). Поэтому следует вывести формулы для расчета теплового потока в почву с использованием решения (21), полученного при условиях (2) и (4).

Можно показать, что для вычисления теплового потока на глубине $z = h$ почвы в момент времени t имеет место:

$$\begin{aligned} q(z = h, t, m) &= -\lambda \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=h} = \\ &= -C_v \kappa \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=h} = \\ &= -\lambda \frac{1}{L} \sum_{j=1}^m \frac{T_j \cdot b_j}{\Delta(b_j)} \cdot \left\{ \left[\Pi_{1j}(b_j, y_h) \cos(j\omega t + \varepsilon_j) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \Pi_{2j}(b_j, y_h) \sin(j\omega t + \varepsilon_j) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (41)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi_{1j}(b_j, y_h) &= \text{sh}(b_j y_h) \cdot \cos[b_j(2 - y_h)] - \\ &- \text{sh}[b_j(2 - y_h)] \cdot \cos(b_j y_h) + \\ &+ \text{ch}(b y_h) \cdot \sin[b_j(2 - y_h)] - \\ &- \text{ch}[b_j(2 - y_h)] \cdot \sin(b y_h), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{2j}(b_j, y_h) &= \text{sh}[b_j(2 - y_h)] \cos(b_j y_h) - \\ &- \text{ch}[b_j(2 - y_h)] \cdot \sin(b_j y_h) + \\ &+ \text{ch}(b_j y_h) \cdot \sin[b_j(2 - y_h)] - \\ &- \text{sh}(b_j y_h) \cos[b_j(2 - y_h)], \end{aligned} \quad (42)$$

$$\Delta(b_j) = \text{ch}(2b_j) + \cos(2b_j),$$

$$b_j = L \sqrt{j \frac{\omega}{2\kappa}}, \quad y_h = \frac{h}{L}, \quad 0 \leq h \leq L.$$

Используя равенство (41)–(42), можно получить выражение для теплового потока на поверхности почвы ($z = 0$) в момент времени t :

$$q(z = 0, t, m) = -\lambda \frac{\partial T(z = 0, t)}{\partial z} = -\lambda \frac{1}{L} \sum_{j=1}^m \frac{T_j \cdot b_j}{\Delta(b_j)} \left\{ \left[\text{sh}(2b_j) + \sin(2b_j) \right] \sin(j\omega t + \varepsilon_j) + \left[\sin(2b_j) - \text{sh}(2b_j) \right] \cos(j\omega t + \varepsilon_j) \right\} \quad (43)$$

Можно показать, что имеет место:

$$\begin{aligned} & \left[\text{sh}(2b_j) + \sin(2b_j) \right] \sin(j\omega t + \varepsilon_j) + \\ & + \left[\sin(2b_j) - \text{sh}(2b_j) \right] \cos(j\omega t + \varepsilon_j) \\ & = -\sqrt{2} \left\{ \begin{aligned} & \text{sh}(2b_j) \cos\left[\frac{\pi}{4} + j\omega t + \varepsilon_j\right] - \\ & - \sin(2b_j) \cos\left[\frac{\pi}{4} - j\omega t - \varepsilon_j\right] \end{aligned} \right\}. \end{aligned}$$

Тогда окончательно имеем

$$q(z = 0, t, m) = -\lambda \frac{\partial T(z = 0, t)}{\partial z} = \frac{\sqrt{2}\lambda}{L} \sum_{j=1}^m \frac{T_j \cdot b_j}{\Delta(b_j)} \left\{ \begin{aligned} & \text{sh}(2b_j) \cos\left[\frac{\pi}{4} + j\omega t + \varepsilon_j\right] - \\ & - \sin(2b_j) \cos\left[\frac{\pi}{4} - j\omega t - \varepsilon_j\right] \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Для $m = 1$ из решения (44) имеем:

$$q_{z=0}^{m=1}(t) = \Phi_1 \left\{ \begin{aligned} & \text{sh}(2b) \cos\left[\frac{\pi}{4} + (\omega t + \varepsilon)\right] - \\ & - \sin(2b) \cos\left[\frac{\pi}{4} - (\omega t + \varepsilon)\right] \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

$$\Phi_1 = B \cdot \frac{T_1}{\Delta(b)}, \quad B = \lambda \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}},$$

$$\Delta(b) = \text{ch}(2b) + \cos(2b), \quad b = L \sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}.$$

Для $m = 2$ из решения (44) имеем:

$$q_{z=0}^{m=2}(t) = \Phi_1 \left\{ \begin{aligned} & \text{sh}(2b_1) \cos\left[\frac{\pi}{4} + (\omega t + \varepsilon_1)\right] - \\ & - \sin(2b_1) \cos\left[\frac{\pi}{4} - (\omega t + \varepsilon_1)\right] \end{aligned} \right\} + \Phi_2 \left\{ \begin{aligned} & \text{sh}(2b_2) \cos\left[\frac{\pi}{4} + (2\omega t + \varepsilon_2)\right] - \\ & - \sin(2b_2) \cos\left[\frac{\pi}{4} - (2\omega t + \varepsilon_2)\right] \end{aligned} \right\}, \quad (46)$$

$$\Phi_1 = \frac{T_1}{\Delta(b_1)} \left(\lambda \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} \right), \quad \Phi_2 = \frac{T_2}{\Delta(b_2)} \left(\lambda \sqrt{\frac{2\omega}{\kappa}} \right),$$

$$b_1 = L \sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}, \quad b_2 = L \sqrt{2 \frac{\omega}{2\kappa}}$$

$$\Delta(b_1) = \text{ch}(2b_1) + \cos(2b_1),$$

$$\Delta(b_2) = \text{ch}(2b_2) + \cos(2b_2), \quad \omega = \frac{2\pi}{\tau_0}.$$

При вычислении теплового потока по формулам (45) и (46) следует использовать значения коэффициентов температуропроводности (κ) и параметры дневной деятельности поверхности почв (такие как среднесуточная температура поверхности почвы T_0 , амплитуды T_i и фазы ε_i), которые определены соответственно для гармоник $m = 1$ и 2 .

ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ

Исследование проводили в Центре сельскохозяйственных исследований и прикладных разработок Игдырского университета. В Игдире лето жаркое, сухое и ясное, а зима короткая, очень холодная, снежная и местами облачная. В течение года температура обычно колеблется от -6 до 35°C , редко бывает ниже -11°C или выше 39°C . Наибольшее количество осадков наблюдается в мае, а наименьшее – в августе, среднегодовое количество осадков составляет 254.2 мм, испарение 1094.9 мм [11]. Некоторые свойства глеевой пойменной почвы (Calcaric Gleyic Pantofluvic Fluvisol) опытного участка приведены в табл. 1.

В исследовании использовались датчики измерения и регистрации температуры Elitech RC-4 с инструментальной погрешностью $\pm 0.5^\circ\text{C}$ в диапазоне измерения температуры $-20...+40^\circ\text{C}$ [26]. Для определения тепловых свойств почв измеряли температуру профиля с 01.06.2020 по 31.08.2020. Использовали средние значения температуры в эти даты. Датчики располагались в почвенном профиле на глубинах $0, 5, 10, 15, 20$ и 40 см.

Почвенные анализы. Для определения свойств почвы были отбирали образцы почвы с земель, на которых размещены датчики. В образцах нарушенной почвы определяли состав почвы, содержание влаги в почве и органическое вещество, а в образцах ненарушенной почвы определяли объемную плотность почвы. Текстура почвы, содержание влаги, органического вещества и плотность почвы определяли согласно [13, 14, 17, 24].

Датчики были запрограммированы на получение почасовых данных о температуре, а данные о температуре собирали с датчиков через компьютер в течение летного сезона. Тепловые свойства почв рассчитывали по данным, полученным с датчиков, размещенных на разной глубине в летный период.

Расчет тепловых свойств почвы. Тепловые свойства (объемная теплоемкость, коэффициент температуропроводности, теплопроводность, глубина затухания, теплопоглощение, тепловой поток) почв рассчитывали по нижеприведенными методиками.

Объемная теплоемкость. Объемную теплоемкость почвы рассчитывали по общепринятой формуле [10]:

Таблица 1. Некоторые физические и химические свойства почвы

Глубина, см	ρ_b , кг/м ³	θ , м ³ /м ³	ЕС, дС/м	ОМ, %	Глина	Ил	Песок	Гранулометрический состав
					%			
0–10	974.3	0.1449	0.3877	1.40	28.58	32.07	39.75	CL*
10–20	1023.3	0.1521	0.4126	1.62	27.36	31.48	42.82	CL
20–25	1105.4	0.1717	0.5417	2.35	25.55	29.52	45.13	L
25–30	1245.7	0.1806	0.5524	2.81	20.41	23.22	56.38	SCL
30–35	1158.1	0.1907	0.5507	3.07	17.44	19.63	66.37	SL
35–40	1216.5	0.1925	0.5121	2.66	14.28	27.11	58.68	SL
0–40	1120.6	0.1721	0.4928	2.32	22.27	27.17	51.52	

Примечание. ρ_b – объемная плотность; θ – объемная влажность; ЕС – электропроводность почвы; ОМ – органическое вещество почвы; CL – глинистый суглинок; L – суглинок; SCL – супесчаный глинистый суглинок; SL – супесчаный суглинок.

$$C_v = C_{m,s} \cdot \rho_b + C_{v,w} \cdot \theta = \left[C_{m,org} \cdot \frac{m_{org}}{m} + C_{m,min} \cdot \left(1 - \frac{m_{org}}{m} \right) \right] \cdot \rho_b + C_{v,w} \cdot \theta, \quad (47)$$

где $C_{m,s}$ – удельная теплоемкость твердой части почвы, Дж/(кг °С); ρ_b – плотность почвы, кг/м³; $C_{v,w}$ – объемная теплоемкость почвенной влаги, равная 4186.6 кДж/(м³ °С); θ – объемное содержание влаги, м³/м³; $C_{m,org}$ и $C_{m,min}$ – удельная теплоемкость органических и минеральных компонентов твердой фазы почвы, соответственно, Дж/(кг °С); m_{org} – масса органического вещества почвы, кг; m – масса почвы, кг; m_{org}/m – содержание органического вещества в почве, %.

Другие теплофизические параметры: теплопроводность (λ), глубину затухания (d) и теплоусвоения (e), рассчитывали по формулам соответственно [3, 7, 10, 22]:

$$\lambda = \kappa C_v, \quad d = \sqrt{\tau_0 \kappa / \pi}, \quad e = C_v \sqrt{\kappa}. \quad (48)$$

Параметры дневной деятельности поверхности почв. Для определения параметров поверхности почвы в уравнение (2) приняли одну и две гармоники. Используя результаты измерений, с помощью метода наименьших квадратов определили параметры распределения температуры поверхности исследуемых почв. Предварительные результаты расчетов и сравнения их с экспериментальными данным показывают, что введение второй гармоники позволяет с более высокой точностью определить параметры распределения температуры на поверхности почвы. Планируется более подробное исследование применения данного метода для расчета температурного режима почв, определения теплофизических параметров и характеристик

(коэффициента температуропроводности почв и его зависимости от влажности).

Среднесуточную температуру поверхности почвы (T_0), амплитуды (T_j) и фаза (ϵ_j) рассчитывали по уравнениям:

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T(0, t_i), \\ A_j &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N T(0, t_i) \cos(j\omega t_i), \\ B_j &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N T(0, t_i) \sin(j\omega t_i) \quad (49) \\ T_j &= \sqrt{A_j^2 + B_j^2}, \\ \epsilon_j &= \begin{cases} \arctan(-B_j/A_j), & A_j > 0 \\ \pi/2, & A_j = 0, (j = 1, 2, \dots, m), \\ \pi - \arctan(B_j/A_j), & A_j < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

где $T(0, t_i)$ – температура поверхности почвы в момент времени t_i ; N – число данных о температуре в сутке, т.е. $N = 24$.

Сравнение методов. Для того, чтобы выбрать адекватную модель, использовали наиболее распространенные критерии выбора модели: коэффициент корреляции Пирсона (r) и среднеквадратичную ошибку (RMSE) (σ):

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (T_i - \bar{T}_i)(\tilde{T}_i - \bar{\tilde{T}}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} (T_i - \bar{T}_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=n} \tilde{T}_i - \bar{\tilde{T}}}}$$

$$\sigma_{T/t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (T_i - \tilde{T}_i)^2}{n - p - 1}}, \quad (50)$$

где T_i и \tilde{T}_i – соответственно наблюдаемое и расчетное значения температуры, °С; \bar{T} – средние значения T_i ; p – количество оцениваемых параметров в моделях.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Значения удельных теплоемкостей органической и минеральной составляющих исследуемой почвы равны $C_{m,org} = 1925.928$ Дж/(кг °С) и $C_{m,min} = 753.624$ Дж/(кг °С) соответственно (табл. 2).

Таблица 2. Некоторые тепловые свойства исследуемых почв

Глубина, z см	m_{org}/m	$C_{m,s}$, Дж/(кг °С)	C_v , кДж/(м ³ °С)
0–10	0.014	770.04	1356.91
10–20	0.016	772.62	1427.43
20–25	0.023	781.17	1582.38
25–30	0.028	786.57	1735.96
30–35	0.031	789.61	1712.87
35–40	0.027	784.81	1760.68
0–40	0.0232	780.80	1596.04

Примечание. m_{org}/m – содержание органического вещества в почве; $C_{m,s}$ – удельная теплоемкость твердой части почвы; C_v – объемная теплоемкость почвы

В результате проведенных анализов проб почв определена средняя плотность почвы опытного участка: $\rho_b = 1120.6$ кг/м³, содержание органического вещества $m_{org}/m = 0.0232$ и объемная влажность $\theta = 0.1721$ м³/м³.

В этом случае значение удельной теплоемкости ($C_{m,s}$) для слоя 0–10 см твердой части почвы, рассчитанное по формуле (2), будет следующим:

$$\begin{aligned} C_{m,s} &= C_{m,org} \cdot \frac{m_{org}}{m} + C_{m,min} \cdot \left(1 - \frac{m_{org}}{m}\right) = \\ &= 1925.928 \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}} \cdot 0.014 + 753.624 \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}} (1 - 0.014) = \\ &= 26.96299 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}} + 743.0733 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}} = \\ &= 770.0363 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}} = 0.770036 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}}. \end{aligned}$$

Используя формулы для вычисления C_v и учитывая, что для слоя 0–10 см почвы $\theta = 0.1449$ м³/м³, $C_{m,s} = 770.0363$ Дж/(кг °С), а удельная объемная теплоемкость воды $C_{v,w} = 4186.8$ кДж/(м³ °С), рассчитываем значение объемной теплоемкости для слоя почвы 0–10 см следующим образом:

$$\begin{aligned} C_v &= C_{m,s} \cdot \rho_b + C_{v,w} \cdot \theta = 770.0363 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}} \times \\ &\times 974.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} + 4186.8 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3 \cdot \text{°С}} \cdot 0.1449 \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3} = \\ &= 750246.324 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{°С}} + 606.6673 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3 \cdot \text{°С}} = \\ &= 1356.913644 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3 \cdot \text{°С}}. \end{aligned}$$

Для всех слоев почвы расчетные значения объемной теплоемкости почвы приведены в табл. 2.

Среднее значения распределения температур за период с 01.06.2020 по 31.08.2020 приведены на рис. 1. С увеличением глубины почвы и времени температура почвы не теряла своей синусоидальности (рис. 1).

В табл. 3 приведены результаты расчета параметров, а также статистические характеристики аппроксимации исходных данных, рассчитанных по уравнению (49) для $m = 1$ и 2. Введение второй гармоники позволяет с высокой точностью определять параметры распределения температуры на поверхности почвы.

Средние значения температуропроводности почвы (κ), теплопроводности (λ), глубины затухания (d) и теплоусвоемости (e), рассчитанные классическими (послойно-амплитудным, арктангенсным, логарифмическим и фазовым) и предложенными (точечными) методам, приведены в табл. 4.

Тепловые свойства почв (κ , λ , d и e) различались в каждой используемой модели. Видно, что наиболее адекватной моделью, отражающей реальность по глубине затухания, являются точечная (17.42 см). Таким образом, введение второй гармоники позволяет уточнить результаты и сказать о том, что затухание температурных колебаний происходит примерно на глубине 3 см по сравнению с классическими методами.

Значения температуры почвы $T(z, t)$ на глубине $z = 5, 10, 15, 20$ и 40 см были рассчитаны по формулам (5), (6) и (22), (23). Для значений κ использовали из табл. 4.

Измеренные $T_{изм}(z, t)$ и прогнозируемые $T_{прог}(z, t)$ значения температуры сравнивали для оценки эффективности методов. Результаты приведены в табл. 5.

Результаты расчетов показали, что предложенный *точечный метод* (М8) (формула (36)) является наиболее эффективной моделью, поскольку она дает

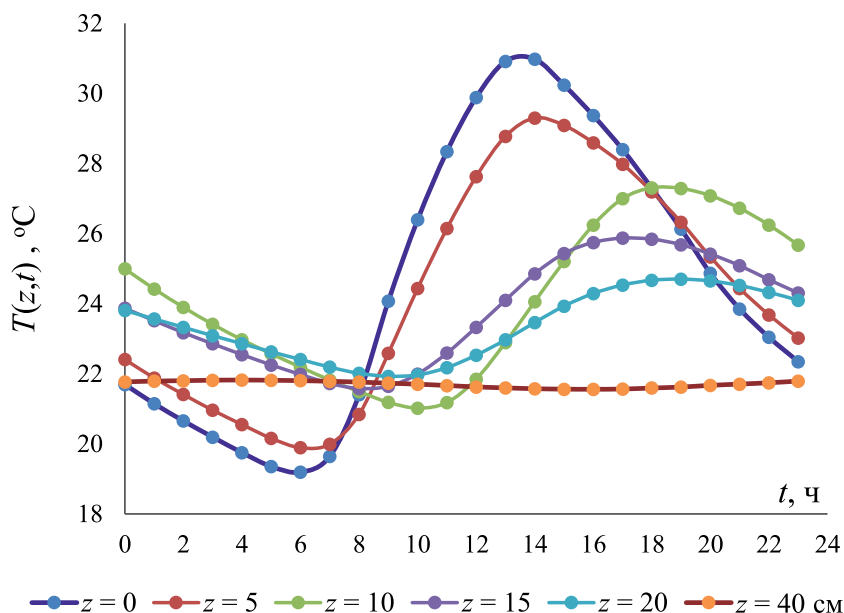


Рис. 1. Среднесуточные значения температуры почвы $T(z, t)$ на различных глубинах за период с 01.06.2020 по 31.08.2020.

Таблица 3. Параметры (T_0 , T_i и ε_i) поверхности почвы

Параметр на поверхности почвы	Число гармоник			
	$m = 1$		$m = 2$	
Среднесуточная температура, °C	T_0	24.5478	T_0	24.5478
Амплитуда колебаний температуры, °C	T_1	5.4270	T_2	1.5067
Сдвиг фазы	ε_1	2.3607	ε_2	-0.4932
Статистические параметры аппроксимации				
Коэффициент корреляции Пирсона	r	0.961	r	0.997
Среднеквадратическая ошибка (RMSE)	σ	1.19	σ	0.07

Таблица 4. Средние значения тепловых свойств почвы

Формула	Число гармоник	$10^{-6} \cdot \kappa$, м ² /с	λ , Вт/м °C	d , см	e , Вт ч ^{0.5} /м ² °C
Классические послынные методы					
(24)	1	0.7422	1.4882	14.29	22.9163
(25)	2	0.9287	1.5995	15.98	25.6347
(26)	2	0.7643	1.6338	14.50	23.2549
(27)	1	0.8174	1.7612	14.99	24.0490
Предложенные точечные методы					
(28)	1	0.9325	1.4882	16.01	25.6860
(29)–(30)	2	1.0022	1.5995	16.60	26.6294
(35)	1	1.0237	1.6338	16.78	26.9134
(36)–(30)	2	1.1035	1.7612	17.42	27.9431

Таблица 5. Эффективность моделей (M1–M8) для прогнозирования температуры почвы на пяти глубинах $z = 5, 10, 15, 20$ и 40 см

Параметр	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
$z = 5$ см								
$r, \%$	95.62	96.08	95.69	95.84	96.09	98.67	96.28	99.44
$\sigma_{T/t}$	1.10	1.02	1.09	1.06	1.02	0.62	0.98	0.33
$z = 10$ см								
$r, \%$	80.22	75.91	79.65	78.36	75.83	67.04	73.84	80.97
$\sigma_{T/t}$	1.46	1.63	1.48	1.53	1.63	1.97	1.66	0.51
$z = 15$ см								
$r, \%$	97.31	97.97	97.47	97.75	97.97	91.69	97.94	99.68
$\sigma_{T/t}$	0.93	0.91	0.92	0.91	0.91	1.17	0.89	1.77
$z = 20$ см								
$r, \%$	97.87	87.94	86.07	86.95	98.43	83.07	98.49	99.64
$\sigma_{T/t}$	1.29	1.28	1.27	1.27	1.29	1.58	1.26	0.84
$z = 40$ см								
$r, \%$	87.86	70.88	85.96	81.20	70.54	26.34	62.89	56.31
$\sigma_{T/t}$	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05	3.19	3.05	1.26

Примечание. M1 – амплитуда, M2 – арктангенс, M3 – логарифм, M4 – сдвиг фаз, M5–M8 – улучшенные методы

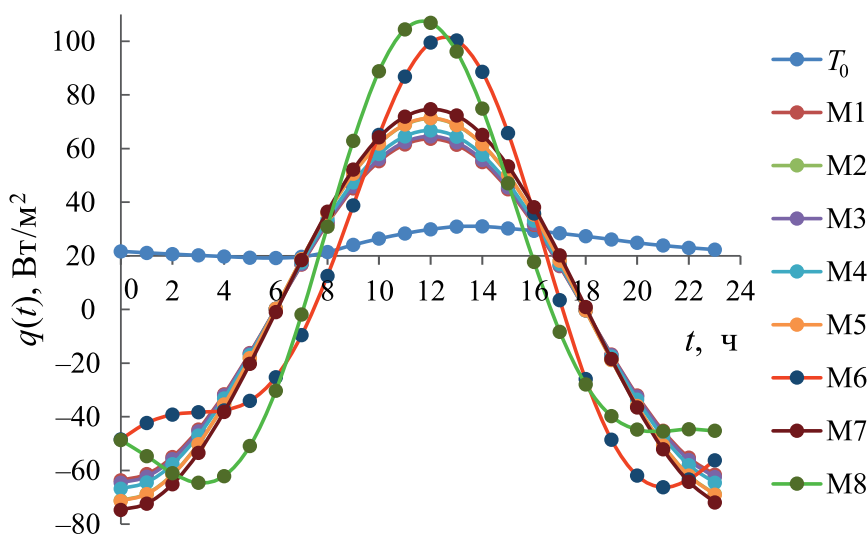


Рис. 2. Сезонный ход ежечасных температур $T(0, t_i)$ и плотность теплового потока $q(0, t_i)$ на поверхности почвы, $z = 0$, вычисленные различными методами (M1–M8).

более точные прогнозы для $T(z, t)$, чем другие алгоритмы.

В соответствии с критериями выбора моделей установлено, что адекватной моделью является предложенная точечная модель (36), поэтому этот модель была учтена при вычислениях теплового потока с поверхности почвы.

Используя данные табл. 2–4, а также формулы (24)–(30) и (36) определили тепловой поток q , на поверхности ($z = 0$) почвы в момент времени t , рис. 2. Согласно точечной модели (M8), наибольший тепловой поток был определен в 12:00 дня ($q = 106.85 \text{ Вт м}^{-2}$), а наименьший – в 3:00 ночи ($q = -64.62 \text{ Вт м}^{-2}$) на поверхности почвы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе исследований модели переноса тепла в почве при учете динамики граничных условий на поверхности, описываемых двумя гармониками, получены аналитические решения при условии второго граничного условия конечной глубины. На основе этого решения предложен точечный метод для определения коэффициента теплопроводности почвы. При использовании этого метода используется распределение температуры в почвенном слое $[0, L]$ для *восьми моментов времени* в расчетном интервале времени t_0 для каждой глубины.

При моделировании теплообмена в почвах необходимо учитывать условия второго рода на нижней границе. Так как на определенных глубинах почвы конвективный теплообмен отсутствует и тепловой поток равен 0, поэтому необходимо принять граничные условия второго рода. По критериям выбора моделей установлено, что более адекватной моделью является предложенная точечная модель (M8). Глубина затухания температурных волн, вычисленная по этой методике ($d = 17.45$ см), соответствуют реальному распределению волн по профилю почв. Следует отметить, что точечные методы, в отличие от классических, учитывают важный параметр – амплитуду колебаний температуры поверхности почвы.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии у них конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Болотов А.Г.* Метод определения теплопроводности почвы // Вестник АГАУ. 2015. № 7. С. 74–79.
2. *Каганов М.А., Чудновский А.Ф.* Об определении коэффициента теплопроводности почв // Изв. АН СССР. География. 1953. № 2. С. 183–191.
3. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 486 с.
4. *Колмогоров А.Н.* К вопросу об определении коэффициента теплопроводности почвы // Изв. АН СССР. География и геофизика. 1950. № 2. С. 97–99.
5. *Куртнер Д.А., Решетин О.Л.* Об одном решении уравнения теплопроводности в связи с расчетом температуры почвы // Теплообмен в открытом и защищенном грунте. Л.: Гидрометеиздат, 1970. С. 38–45.
6. *Микайылов Ф.Д., Шеин Е.В.* Граничные условия при моделировании переноса тепла в почве // Агрофизика. 2014. № 4. С. 1–6.
7. *Нерпин С.В., Чудновский А.Ф.* Физика почв. М.: Наука, 1967. 650 с.
8. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнение математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
9. *Цейтин Г.Х.* О вычислении коэффициента теплопроводности и потока тепла в почву по осредненным температурам // Тр. ГГО. 1956. Вып. 60. С. 67–80.
10. *Шеин Е.В.* Курс физики почв. М.: Изд-во МГУ, 2005. 432 с.
11. Anonymous. Turkish State Meteorological Service. Igdır, 2020.
12. *An K., Wang W., Zhao Y., Huang W., Chen L., Zhang Z., Wang Q., Li W.* Estimation from soil temperature of soil thermal diffusivity and heat flux in sub-surface layers // Bound. Layer Meteorol. 2016. V. 158. P. 473–488. <https://doi.org/10.1007/s10546-15-0096-7>
13. *Black C.A.* Methods of Soil Analysis. Part 1. Physical and Mineralogical Properties. American Society of Agronomy and Soil Science Society of America, Madison. 1965. № 9. P. 374–390.
14. *Blake G.R., Hartge K.H.* Bulk density. In: Methods of Soil Analysis. Part I, Physical and Mineralogical Methods, ASA and SSSA. Agronomy Monograph No: 9. Madison, Wisconsin USA. 1986. P. 363–381.
15. *Gao, Z.* Determination of soil heat flux in a Tibetan short-grass prairie // Bound. Layer Meteorology. 2005. V. 114. P. 165–178. <https://doi.org/10.1007/s10546-004-8661-5>
16. *Gao Z., Russell E.S., Missik J.E.C., Huang M., Chen X., Strickland C.E., Clayton R., Arntzen E., Ma Y., Liu H.* A novel approach to evaluate soil heat flux calculation: An analytical review of nine methods // J. Geophys. Res. Atmos. 2017. V. 122. P. 6934–6949. <https://doi.org/10.1002/2017JD027160>
17. *Gee G.W., Bauder J.W.* Particle-size analysis. Methods of Soil Analysis. Part 1.
18. Physical and Mineralogical Methods. Agronomy. 1986. V. 9. P. 383–441.
19. *Erdel E., Mikailsoy F.* Determination of thermophysical properties of fluvisols in eastern turkey using various models // Eurasian Soil Science. 2022. V. 55. P. 1568–1576. <https://doi.org/10.1134/S1064229322110047>
20. *Heitman J.L., Horton R., Sauer T.J., Ren T., Xiao X.* Latent heat in soil heat flux measurements // Agricultural and Forest Meteorology. 2010. V. 150. P. 1147–1153. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2010.04.017>
21. *Horton R. Jr.* Determination and use of soil thermal properties near the soil surface. Ph.D. New Mexico State University, Las Cruces, New Mexico, USA. 1982. 132 p. <https://www.proquest.com/docview/303249135?pq-origsite=gscholar&fromopenview=true>
22. *Mikail R., Hazar E., Farajzadeh A., Erdel E., Mikailsoy F.* A comparison of six methods used to evaluate apparent thermal diffusivity for soils // Mathem. Anal.

- and Convex Optim. 2021. V. 2. P. 51–61.
<https://doi.org/10.29252/maco.2.1.5>
23. *Mikhailov F.D.* On the influence of boundary conditions in modeling heat transfer in soil // J. Engineer. Phys. Thermophys. 2017. V. 90. P. 67–79.
<https://doi.org/10.1007/s10891-017-1540-y>
24. *Mikayilov F.D. and Shein E.V.* Theoretical principles of experimental methods for determining the thermal diffusivity of soils // Eurasian Soil Science. 2010. V. 43. P. 556–564.
<https://doi.org/10.1134/S1064229310050091>
25. *Walkley A., Black L.A.* An examination of the degtjar-eff method for determining soil organic matter, and a proposed modification of the chromic acid titration method // Soil Science. 1934. V. 37. P. 29–38.
<https://doi.org/10.1097/00010694-193401000-00003>
26. *Sauer T.J., Horton R.* Soil heat flux // Micrometeorology in agricultural systems // Agron. Monogr. Madison. 2005. V. 47. P. 131–54.
<https://doi.org/10.2134/agronmonogr47.c7>
27. <https://www.elitechlog.com/wp-content/manuals/RC-4-RC-4HA-RC-4HC-instructions.pdf>

Determination of Thermophysical Parameters of the Soil According to Dynamic Data on its Temperature

R. Mikail¹, E. Hazar¹, E. Shein², and F. Mikailsov^{3, *}

¹*Department of Mathematics, Iğdir University, Iğdir, 76000 Türkiye*

²*Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

³*Department of Soil Science, Iğdir University, Iğdir, 76000 Türkiye*

**e-mail: fariz.mikailsov@igdir.edu.tr*

Methods for determining the thermal diffusivity coefficient from a point value of soil temperature of a given thickness based on the results of analyzing the temperature dynamics at one depth based on eight daily observations with an interval of 3 hours have been developed. The proposed methods are based on solving (with two harmonics on the soil surface) inverse problems of the heat transfer equation. Experimental studies on the temperature of the layers (0, 5, 10, 15, 20 and 40 cm) of gley floodplain soil (Calcaric Gleyic Pantofluvic Fluvisol) in the Iğdir region (Eastern Turkey) were carried out using Elitech RC-4 sensors during the summer season. Using the obtained data, various methods were used to calculate the thermophysical properties of the soil – thermal conductivity, thermal diffusivity, attenuation depth, heat transfer, and heat flux. Based on statistical criteria, it has been proven that the proposed point model is the best one. It has been established that for the studied soil, the thermal diffusivity is $\kappa = 1.1035 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, thermal conductivity $\lambda = 1.7612 \text{ W}/(\text{m } ^\circ\text{C})$, damping depth $d = 17.42 \text{ cm}$, and thermal effusivity $e = 27.9431 \text{ Wh}^{0.5}/\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$. In addition, in accordance with the model obtained, it was determined that the largest heat flux on the soil surface occurs at 12:00 pm ($q = 106.85 \text{ W}/\text{m}^2$), and the lowest heat flux occurs at 03:00 am ($q = -64.62 \text{ W}/\text{m}^2$).

Keywords: Heavy loamy gley soils, point model, thermal diffusivity, thermal conductivity, thermal effusivity, damping depth, heat flow